

## Proves d'accés a la universitat

# Matemàtiques

## Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu el pla  $\pi: x + y + z = 1$  i la recta  $r$  que passa pels punts  $P = (0, 0, 6)$  i  $Q = (1, 2, 3)$ .

a) Estudieu la posició relativa de la recta  $r$  i el pla  $\pi$ .

[1 punt]

b) Calculeu la distància entre la recta  $r$  i el pla  $\pi$ .

[1 punt]

NOTA: Podeu calcular la distància d'un punt de coordenades  $(x_0, y_0, z_0)$  al pla d'equa-

ció  $Ax + By + Cz + D = 0$  amb l'expressió  $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$ .

2. Siguin les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$  i  $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ -1 & -4 & 3 \\ 0 & -4 & 4 \end{pmatrix}$ .

a) Comproveu que satisfan la igualtat  $A^2 - \frac{1}{2}A \cdot B = I$ , en què  $I$  és la matriu identitat d'ordre 3.

[1 punt]

b) Fent servir la igualtat anterior, trobeu la matriu inversa de  $A$ :  $A^{-1}$ .

[1 punt]

3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x + y - z = 1 \\ 2x + ay = 2a \end{cases}$$

a) Discutiu el sistema per als diferents valors del paràmetre real  $a$ .

[1 punt]

b) Resoleu el sistema per al cas  $a = 2$ .

[1 punt]

4. De les funcions  $f(x)$ ,  $f'(x)$ ,  $g(x)$  i  $g'(x)$ , en coneixem els valors següents:

$x$	$f(x)$	$f'(x)$	$x$	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	1	0	1	1
1	0	-6	1	3	3

a) De la funció  $f(x)$  sabem també que el pendent de la recta tangent a un punt d'abscissa  $x$  és  $4x^3 - 9x^2 - 2x + 1$ . Trobeu  $f(x)$ .

[1 punt]

b) Calculeu  $(g \circ f)'(1)$ .

[1 punt]

5. A  $\mathbb{R}^3$ , siguin la recta  $r: \begin{cases} x - z = 2 \\ 2y + z = 4 \end{cases}$  i el punt  $P = (0, 1, -1)$ .

a) Calculeu l'equació general (és a dir, la que té la forma  $Ax + By + Cz = D$ ) del pla  $\pi$  perpendicular a la recta  $r$  i que passa pel punt  $P$ .

[1 punt]

b) Calculeu el punt simètric del punt  $P$  respecte del pla  $x + y + z = -3$ .

[1 punt]

6. Sigui la funció  $f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ .

a) Calculeu una primitiva de la funció  $f(x)$ .

[1 punt]

b) Calculeu l'àrea limitada per la funció  $f(x)$  i l'eix de les abscisses entre les abscisses  $x = 0$

i  $x = \frac{\pi}{4}$ .

[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans