



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Matemàtiques

Sèrie 3

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Digueu per a quin valor del paràmetre m els plans

$$\pi_1: x - y + mz = 1, \pi_2: x - y + z = m \text{ i } \pi_3: my + 2z = 3$$

tenen com a intersecció una recta.

[2 punts]

2. Donades la recta $y = 3x + b$ i la paràbola $y = x^2$,

a) Calculeu l'abscissa del punt on la recta tangent a la paràbola és paral·lela a la recta donada.

b) Calculeu el valor del paràmetre b perquè la recta sigui tangent a la paràbola.

[1 punt per apartat]

3. Donats el pla $\pi: x - y + 2z - 5 = 0$ i la recta $r: \begin{cases} x + y + z = 0 \\ 2x - y + z = 10 \end{cases}$,

a) Calculeu el punt d'intersecció entre el pla i la recta.

b) Trobeu l'equació contínua de la recta s continguda en el pla π , que és perpendicular a la recta r i talla la recta r .

[1 punt per apartat]

4. Donades les matrius $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$,

a) Comproveu que es compleix la igualtat $(A + B)(A - B) = A^2 - B^2$.

b) És certa aquesta igualtat per a qualsevol parell de matrius quadrades A i B del mateix ordre? Responeu raonadament utilitzant les propietats generals de les operacions entre matrius, sense utilitzar matrius A i B concretes.

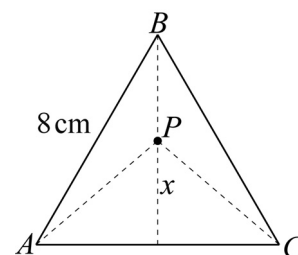
[1 punt per apartat]

5. Un triangle equilàter de vèrtexs A , B i C té els costats de 8 cm. Situem un punt P sobre una de les altures del triangle, a una distància x de la base corresponent.

a) Calculeu l'altura del triangle de vèrtexs A , B i C .

b) Indiqueu la distància del punt P a cadascun dels vèrtexs (en funció de x).

c) Determineu el valor de x perquè la suma dels quadrats de les distàncies del punt P a cadascun dels tres vèrtexs sigui mínima.



[0,5 punts per l'apartat a; 0,5 punts per l'apartat b; 1 punt per l'apartat c]

6. Donats els punts $P = (1, 0, 0)$, $Q = (0, 2, 0)$, $R = (0, 0, 3)$ i $S = (1, 2, 3)$,

a) Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla que conté els punts P , Q i R .

b) Comproveu si els quatre punts són coplanaris (és a dir, si els quatre estan continguts en un mateix pla).

[1 punt per apartat]





Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2011-2012

Matemàtiques

Sèrie 1

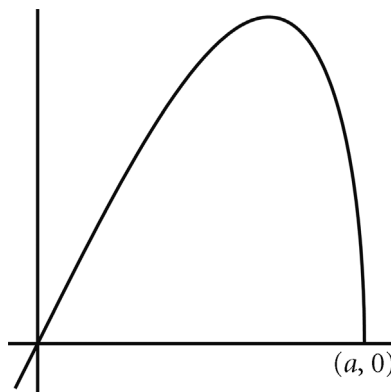
Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- Donats els plans $\pi_1: 3x + y - 2z + 15 = 0$ i $\pi_2: x + y + 2z - 103 = 0$,
 - Comproveu que són perpendiculars.
 - Calculeu l'equació cartesiana (és a dir, de la forma $Ax + By + Cz + D = 0$) del pla perpendicular a π_1 i π_2 , que passa pel punt $P = (1, 3, 2)$.[1 punt per cada apartat]

- La gràfica de la funció $f(x) = x\sqrt{9 - x^2}$ és la següent:



- Trobeu el punt de tall, $(a, 0)$, de la funció amb la part positiva de l'eix OX.
- Calculeu l'àrea del recinte limitat per la gràfica de $f(x)$ i l'eix OX en el primer quadrant.

[0,5 punts per l'apartat a; 1,5 punts per l'apartat b]

3. Sigui A una matriu quadrada d'ordre n de manera que $A^2 = O$, en què O és la matriu nul·la (la formada completament per zeros).

a) Comproveu que $(A + I_n)^2 = 2A + I_n$.

b) Comproveu que les matrius $B = I_n - A$ i $C = A + I_n$ són l'una inversa de l'altra.

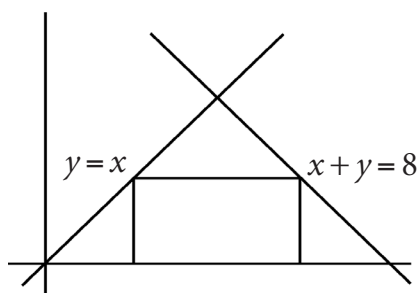
[1 punt per cada apartat]

4. Un rectangle és inscrit en el triangle que té els costats en les rectes d'equacions

$$y = x, \quad x + y = 8, \quad y = 0,$$

i té un costat sobre la recta $y = 0$. Trobeu-ne els vèrtexs perquè la superfície sigui màxima.

[2 punts]



5. Contesteu les preguntes següents:

a) Expliqueu raonadament si una matriu d'ordre 3 i una matriu d'ordre 2 poden tenir el mateix determinant.

b) Considereu les matrius següents:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p \\ 1 & 1-p & 2 \\ 1 & 2 & p \end{pmatrix} \text{ i } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 0 & 1 & p \\ 0 & p & 4 \end{pmatrix}$$

Calculeu, si és possible, el valor del paràmetre p perquè $\det A = \det B$.

[1 punt per cada apartat]

6. Siguin $\pi: x - 3y + 2z = 1$ i $r: \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 2x - y + mz = 1 \end{cases}$. Estudieu-ne la posició relativa segons

el valor del paràmetre m .

[2 punts]

