



## Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

### Matemàtiques

#### Sèrie 2

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Donada la matriu  $M = \begin{pmatrix} k+1 & 1 & 1 \\ 0 & k-2 & 1 \\ 0 & k-2 & -k \end{pmatrix}$ :

a) Calculeu els valors del paràmetre  $k$  per als quals la matriu  $M$  no és invertible.

b) Per a  $k=0$ , calculeu  $M^{-1}$ .

[1 punt per cada apartat]

2. Donada la recta  $\left. \begin{array}{l} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{array} \right\}$ , calculeu l'equació general (és a dir, de la forma

$Ax + By + Cz + D = 0$ ) del pla perpendicular a la recta que passa pel punt  $P = (1, 0, -1)$ .

[2 punts]

3. Donada la funció  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ :

a) Determineu la relació que han de complir els paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  perquè  $f(x)$  tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa  $x = -1$ .

b) Calculeu el valor del paràmetre  $a$  perquè hi hagi un punt d'inflexió de la funció  $f(x)$  en el punt d'abscissa  $x = 0$ .

c) Determineu la relació entre els paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  sabent que la gràfica de  $f(x)$  talla l'eix  $OX$  en el punt d'abscissa  $x = -2$ .

d) Calculeu el valor dels paràmetres  $a$ ,  $b$  i  $c$  perquè es compleixin les tres propietats anteriors alhora.

[0,5 punts per cada apartat]

4. Sigui la matriu  $A = \begin{pmatrix} -1/2 & -\sqrt{3}/2 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & -1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

**a)** Calculeu  $A^2$  i  $A^3$ .

**b)** Deduïu el valor de  $A^{101}$ .

NOTA: Trebal·leu amb radicals; no utilitzeu la representació decimal dels elements de la matriu.

[1 punt per cada apartat]

5. Considereu la recta  $r: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-1} = z-a$  i el pla  $\pi: 2x+y-5z=5$ .

**a)** Estudieu la posició relativa de la recta  $r$  i el pla  $\pi$  en funció del paràmetre  $a$ .

**b)** Quan  $a=3$ , calculeu la distància de la recta  $r$  al pla  $\pi$ .

[1 punt per cada apartat]

6. Sigui  $f(a) = \int_0^{1/a} (a^2 + x^2) dx$  per  $a > 0$ .

**a)** Comproveu que  $f(a) = \frac{1}{3a^3} + a$ .

**b)** Calculeu el valor del paràmetre  $a$  perquè la funció  $f(a)$  tingui un mínim relatiu.

[1 punt per cada apartat]

