Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques

Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Donada la recta $r:\begin{cases} 2x - y + 3z = 2 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$:

a) Trobeu-ne un vector director.

b) Calculeu l'equació contínua de la recta paral·lela a r que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.

[1 punt per cada apartat]

2. Si tenim la matriu invertible $\boldsymbol{A}$ i l'equació matricial $\boldsymbol{X} \cdot \boldsymbol{A} + \boldsymbol{B} = \boldsymbol{C}$:

a) Aïlleu la matriu $\boldsymbol{X}$.

b) Trobeu la matriu $\boldsymbol{X}$ quan $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$, $\boldsymbol{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ i $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

[1 punt per cada apartat]

3. Definim les funcions $f(x) = a(1 - x^2)$ i $g(x) = \dfrac{x^2 - 1}{a}$, en què $a > 0$.

a) Comproveu que l'àrea del recinte limitat per les gràfiques de les funcions és:

$$\frac{4(1 + a^2)}{3a}$$

b) Calculeu el valor del paràmetre a perquè aquesta àrea sigui mínima.

[1 punt per cada apartat]

4. Considereu el sistema d'equacions següent:

$$\left.\begin{aligned} x+2y-az&=-3\\ 2x+(a-5)y+z&=4a+2\\ 4x+(a-1)y-3z&=4 \end{aligned}\right\}$$

a) Calculeu els valors del paràmetre a perquè el sistema no sigui compatible determinat.

b) Hi ha algun valor de a per al qual $x=1$, $y=-3$, $z=-1$ sigui l'única solució del sistema?

[1 punt per cada apartat]

5. Siguin $r_1: x-2=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{1-z}{2}$ i $r_2: \dfrac{x+3}{2}=y+1=\dfrac{z+1}{2}$.

a) Comproveu que r_1 i r_2 són perpendiculars.

b) Comproveu que es tallen mitjançant la determinació del punt de tall.

[1 punt per cada apartat]

6. Sigui $f(x)=x^2\cdot e^{-ax}$ quan $a\neq 0$.

a) Calculeu el valor de a perquè aquesta funció tingui un extrem relatiu en el punt d'abscissa $x=2$.

b) Quan $a=2$, classifiqueu-ne els extrems relatius.

[1 punt per cada apartat]

Generalitat de Catalunya
Consell Interuniversitari de Catalunya
Organització de Proves d'Accés a la Universitat

Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Calculeu l'àrea del recinte limitat per les corbes d'equació $f(x) = x^2 - x + 2$ i $g(x) = 5 - 3x$.

[2 punts]

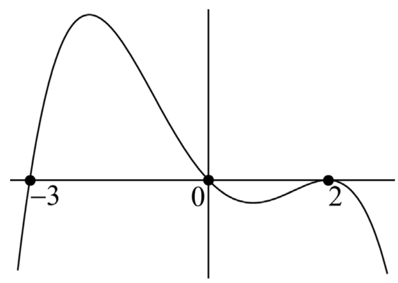
2. Donat el pla $\pi: 2x + y - z = 5$:

a) Calculeu l'equació del pla paral·lel al pla π que passa pel punt $P = (1, 0, -1)$.

b) Determineu també la distància entre el punt P i el pla π.

[1 punt per cada apartat]

3. La gràfica corresponent a la derivada d'una funció $f(x)$ és la següent:



a) Expliqueu raonadament quins valors de x corresponen a màxims o a mínims relatius de $f(x)$.

b) Determineu els intervals de creixement i decreixement de la funció $f(x)$.

[1,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*]

4. Analitzeu, segons els valors del paràmetre k, el caràcter (és a dir, si és compatible o no i si és determinat o no) del sistema d'equacions següent:

$$\begin{cases} 2x + y - z = k - 4 \\ (k-6)y + 3z = 0 \\ (k+1)x + 2y = 3 \end{cases}$$

[2 punts]

5. Calculeu l'equació general (és a dir, de la forma $Ax+By+Cz+D=0$) dels plans que contenen la recta $r:\begin{cases} y=2 \\ z=1 \end{cases}$ i que formen un angle de 45° amb el pla $z=0$.

[2 punts]

6. Dins d'un triangle rectangle, de catets 3 i 4 cm, hi ha un rectangle. Dos costats del rectangle estan situats en els catets del triangle i un dels vèrtexs del rectangle és a la hipotenusa del triangle.

a) Feu un esbós de la situació descrita.

b) Si x és la longitud del costat del rectangle que està situat en el catet petit i y és l'altre costat del rectangle, comproveu que es compleix que $4x+3y=12$.

c) Determineu les dimensions del rectangle perquè l'àrea sigui màxima.

[0,5 punts per l'apartat *a*; 0,5 punts per l'apartat *b*; 1 punt per l'apartat *c*]

L'Institut d'Estudis Catalans ha tingut cura de la correcció lingüística i de l'edició d'aquesta prova d'accés