



Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

Matemàtiques

Sèrie 3

Responen a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Poden utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

QÜESTIONS

1. Trobeu les equacions dels plans paral·lels a $\pi: 2x - y + 2z = 3$ situats a 6 unitats de distància d'aquest.

[2 punts]

2. Donada la matriu següent dependent d'un paràmetre m :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & m & 2m \\ m & 2 & 2+m \end{pmatrix}$$

a) Estudieu-ne el rang segons els valors de m .

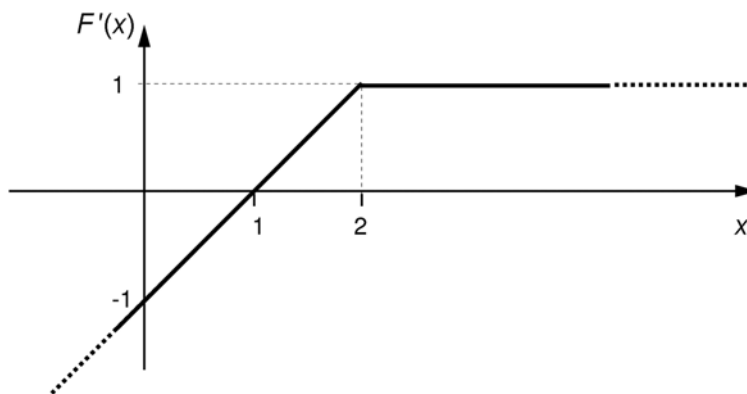
b) Digueu quina és la posició relativa dels plans $\pi_1: x + y + 2z = 2$, $\pi_2: 2x + my + 2mz = 2 + m$ i $\pi_3: mx + 2y + (2 + m)z = 0$, segons els valors de m .

[1 punt cada apartat]

3. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ p & q \end{pmatrix}$. Trobeu els valors de p i q que fan que es verifiqui $A^2 = A$. En aquest cas, raoneu sense calcular què val A^{10} .

[2 punts]

4. La funció derivada $F'(x)$ d'una funció contínua $F: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ que passa per l'origen és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



Escriviu l'expressió de la funció $F(x)$ com una funció a trossos.

[2 punts]

PROBLEMES

5. Una recta r és paral·lela a la recta $s: x - 1 = y - 1 = z - 1$, talla en un punt A la

recta $t: \frac{x-1}{3} = \frac{y}{2} = z+1$, i en un punt B la recta $l: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{3}$.

- Trobeu l'equació del pla determinat per les rectes r i t .
- Trobeu el punt B calculant el punt d'intersecció del pla anterior amb la recta l .
- Trobeu l'equació de la recta r .
- Trobeu el punt A .

[1 punt cada apartat]

6. Donades les funcions $f(x) = x^2 - ax - 4$ i $g(x) = \frac{x^2}{2} + b$:

- Calculeu a i b de manera que les gràfiques de $f(x)$ i de $g(x)$ siguin tangents en el punt d'abscissa $x = 3$, és a dir, que tinguin la mateixa recta tangent en aquest punt.
- Trobeu l'equació de la recta tangent esmentada en l'apartat anterior.
- Pel valor de a obtingut en el primer apartat, calculeu el valor de l'àrea de la regió limitada per l'eix d'abscisses OX i la funció $f(x)$.

[1,5 punts l'apartat a , 1 punt l'apartat b , 1,5 punts l'apartat c]

