



## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

# Matemàtiques

## Sèrie 2

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

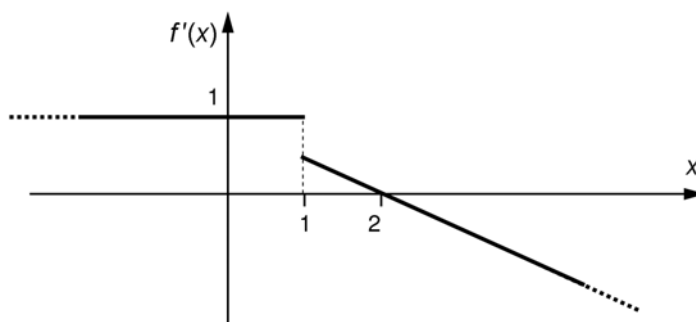
Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

### QÜESTIONS

1. Trobeu l'equació del pla perpendicular a la recta  $r: \begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$  que passa per l'origen de coordenades.  
[2 punts]

2. La funció derivada  $f'(x)$  de certa funció contínua  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  és una funció a trossos formada per les semirectes del dibuix.



- a)** Diguen si  $f(x)$  és derivable en tots els punts de  $\mathbf{R}$  i per què.  
**b)** Estudieu el creixement i el decreixement de  $f(x)$ .  
**c)** Trobeu si  $f(x)$  té algun extrem relatiu i, si és així, per a quin valor de  $x$  i de quin tipus.  
**d)** Sabent que  $f(0) = 1$ , calculeu el valor de  $f(1)$ .  
Justifiqueu totes les respostes.

[0,5 punts cada apartat]

3. Calculeu els valors del paràmetre  $a$ ,  $a \neq 0$ , que fan que les tangents a la corba d'equació  $y = ax^4 + 2ax^3 - ax + 1512$  en els punts d'inflexió siguin perpendiculars.  
[2 punts]
4. Trobeu els punts de la recta  $r: x - 1 = y + 2 = z$  que equidisten dels plans  $\pi_1: 4x - 3z - 1 = 0$  i  $\pi_2: 3x + 4y - 1 = 0$ .  
[2 punts]

### PROBLEMES

5. Un magatzem té forma de prisma recte de base quadrada i un volum de  $768 \text{ m}^3$ . Se sap que la pèrdua de calor a través de les parets laterals val 100 unitats per  $\text{m}^2$ , mentre que a través del sostre és de 300 unitats per  $\text{m}^2$ . La pèrdua pel sòl és molt petita i es pot considerar nul·la. Calculeu les dimensions del magatzem perquè la pèrdua de calor total sigui mínima.  
[4 punts]
6. A l'espai es consideren els tres plans d'equacions:  
 $\pi_1: x + 2y + z = 1$ ,  $\pi_2: px + y + pz = 1$  i  $\pi_3: px + y + 2z = 1$ , on  $p$  és un paràmetre real.
- a)** Esbrineu per a quins valors de  $p$  els tres plans es tallen en un únic punt. Trobeu aquest punt quan  $p = 1$ .
- b)** Hi ha algun valor de  $p$  que faci que la intersecció comuna sigui una recta? Si és així, escriviu l'equació vectorial d'aquesta recta.
- c)** Trobeu quina és la posició relativa dels tres plans quan  $p = 1/2$ .  
[2 punts l'apartat a, 1 punt l'apartat b, 1 punt l'apartat c]





## Proves d'accés a la Universitat. Curs 2006-2007

---

# Matemàtiques

## Sèrie 1

---

Responeu a TRES de les quatre qüestions i resoleu UN dels dos problemes següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts i el problema 4 punts.

Podeu utilitzar la calculadora científica per al càlcul de funcions exponencials, logarítmiques, trigonomètriques i especials, així com per a realitzar càlculs estadístics. No es poden fer servir, però, calculadores o altres aparells que permetin fer més operacions que les esmentades.

---

### QÜESTIONS

1. En quin punt la recta tangent a la funció  $f(x) = x \cdot e^x$  és paral·lela a l'eix d'abscisses?  
Escriviu l'equació de la recta tangent en aquest punt.  
[2 punts]
2. Considereu els punts de l'espai  $P = (-1, a - 1, 3)$ ,  $Q = (0, a - 2, 1 - a)$  i  $R = (2, -1, 6 - 6a)$ .
  - a) Trobeu el valor de  $a$  per al qual els tres punts estan alineats.
  - b) Quan els tres punts estan alineats, quina és l'equació de la recta que els conté?  
[1 punt cada apartat]
3. Busqueu els extrems relatius i els punts de tall amb els eixos, i feu una representació aproximada de la corba d'equació  $y = x^4 - x^2$ . A continuació, calculeu l'àrea del recinte tancat per aquesta corba i l'eix d'abscisses.  
[1 punt pel càlcul d'extrems, els punts de tall i la gràfica; 1 punt pel càlcul de l'àrea]
4. Trobeu l'equació de la recta continguda en el pla  $\pi: x + 2y + 6z - 2 = 0$ , que talla els eixos  $OY$  i  $OZ$ .  
[2 punts]

## PROBLEMES

5. Considereu la recta d'equació  $r: x = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{2}$ .

- Expresseu el quadrat de la distància d'un punt qualsevol  $(x, y, z)$  de la recta al punt  $P = (1, 2, 5)$  com una funció de la coordenada  $x$ .
- Trobeu quin valor de  $x$  fa mínima aquesta funció, deduïu quin punt  $Q$  de la recta és el més proper a  $P$  i calculeu la distància del punt a la recta.
- Escriviu l'equació de la recta que passa per  $P$  i  $Q$  i comproveu que és perpendicular a  $r$ .

[1,5 punts l'apartat a; 1,5 punts l'apartat b; 1 punt l'apartat c]

6. Discutiu el sistema següent  $\begin{cases} x + 2y + z = 5 \\ 2x + py + 2z = 10 \\ px + 6y + 3z = 12 \end{cases}$  en funció del paràmetre  $p$ . Doneu

la interpretació geomètrica del sistema en cada cas i resoleu-lo quan sigui compatible.

[4 punts]

