

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu). En les respostes que doneu heu d'explicar sempre què és el que voleu fer i per què.

## QÜESTIONS

1. Determineu per a quins valors del paràmetre  $a$  el pla  $\pi : ax + 2y + z = a$  és paral·lel a la recta  $r$ : 
$$\begin{cases} x - ay + z = 1 \\ ax + z = a + 1 \end{cases}$$

[2 punts]

2. Siguin  $A$ ,  $B$  i  $C$  els tres vèrtexs d'un triangle equilàter de costat 3 cm i  $P$  el punt del costat  $AB$  que és a 1 cm del vèrtex  $A$ . Quina és la longitud del segment  $CP$ ?

[2 punts]

3. Considereu la funció definida per

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & \text{si } x \leq 0 \\ 2x + 1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

on  $a$  és un nombre real.

- a) Calculeu  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  i comproveu que  $f(x)$  és contínua en  $x = 0$ .  
b) Per a quin valor del paràmetre  $a$  la funció  $f(x)$  és derivable en  $x = 0$ ?

[2 punts]

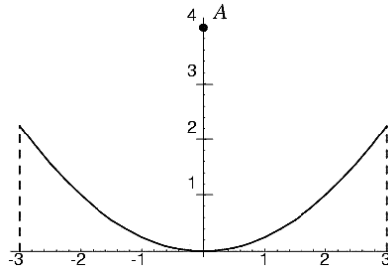
4. Sabeu que la gràfica de la funció  $f(x)$  passa pel punt  $(1, -4)$  i que la seva funció derivada és  $f'(x) = 2x - 2$ .

- a) Determineu l'expressió de  $f(x)$ .  
b) Calculeu l'àrea de la regió limitada per la gràfica de  $f(x)$  i l'eix d'abscisses  $OX$ .

[2 punts]

## PROBLEMES

1. La riba d'un tram de riu descriu la corba  $y = \frac{1}{4}x^2$ , per a  $x$  entre  $-3$  i  $3$ , i en el punt  $A = (0, 4)$  hi ha un poble, tal com es pot veure en l'esquema següent:



- a) Expresseu la distància des d'un punt qualsevol d'aquesta vora del riu fins al poble, en funció de l'abscissa  $x$ .
- b) Quin és el punt de la vora d'aquest tram de riu que és més lluny del poble?
- c) Hi ha algun punt de la vora del riu a una distància del poble inferior a 2?
- [4 punts]
2. Sigui  $\pi$  el pla d'equació  $x - y + 2z = 3$  i  $P$  el punt  $(1, 1, 0)$ .

- a) Calculeu la distància  $d$  de  $P$  a  $\pi$ .
- b) Determineu l'equació de l'altre pla  $\pi'$  paral·lel a  $\pi$  que també dista  $d$  del punt  $P$ .
- c) Determineu l'equació de la recta  $r$  perpendicular a  $\pi$  que passa per  $P$ .
- d) Calculeu la intersecció de la recta  $r$  amb el pla  $\pi$ .

[4 punts]