

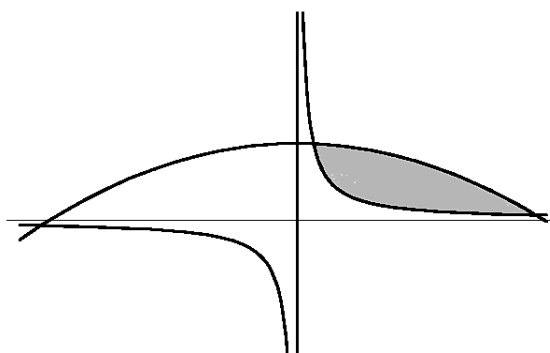
A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

## QÜESTIONS

1. Calculeu els valors de  $a$  tals que les tangents a la gràfica de la funció  $f(x) = ax^3 + 2x^2 + 3$  en els punts d'abscisses  $x = 1$  i  $x = -1$  siguin perpendiculars entre si.

[2 punts]

2. Calculeu l'àrea que té l'únic recinte tancat limitat per les gràfiques de les funcions  $y = -x^2 + 7$  i  $y = \frac{6}{x}$  representat en el dibuix següent:



[2 punts]

3. Donat el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{l} 3x - 2y + z = 5 \\ 2x - 3y + z = 4 \end{array} \right\}$$

- a) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui incompatible.  
b) Afegiu-hi una equació lineal de manera que el sistema resultant sigui compatible indeterminat. Resoleu el sistema que s'obtingui.

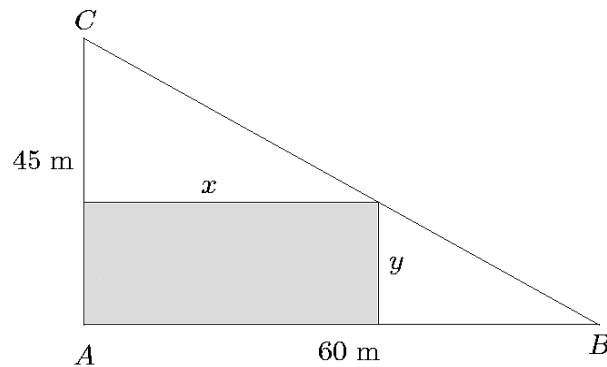
[2 punts]

4. El circ és a la ciutat i s'ha d'instal·lar. L'especialista a muntar-lo encara no ha arribat i els altres no saben la quantitat de cable d'acer que necessiten. El més espavilat recorda que, un cop tensat el cable des de l'extrem del pal principal fins a un punt determinat del terra amb el qual forma un angle de  $60^\circ$ , calen dos metres més de cable que si forma amb el terra un angle de  $70^\circ$ . En total han de posar sis cables tensats formant amb el terra un angle de  $60^\circ$ . Quants metres de cable necessiten?

[2 punts]

## PROBLEMES

1. Un terreny té forma de triangle rectangle, els catets mesuren  $AB = 60$  m i  $AC = 45$  m. En aquest terreny es pot construir una casa de planta rectangular com indica la part ombrejada de la figura següent:



Voleu vendre aquest terreny i us paguen 5.000 pessetes per cada metre quadrat no edificable i 25.000 pessetes per cada metre quadrat edificable.

- Determineu la relació que hi ha entre l'amplada  $x$  i la profunditat  $y$  del rectangle que determina la part edificable.
- Determineu l'expressió que dóna el valor del terreny en funció de l'amplada  $x$  del rectangle edificable.
- Quines són les dimensions de la part edificable que ens permeten obtenir un valor màxim per a aquest terreny?
- Quin és aquest valor màxim?

[4 punts]

2. Donats el pla  $\pi$  d'equació  $x + 2y + 3z - 1 = 0$ , la recta  $r$  d'equacions
- $$\begin{cases} x = 2z - 3 \\ y = z + 4 \end{cases}$$
- i el punt  $P = (2, 1, 1)$ , calculeu:

- Unes equacions de la recta que passa per  $P$  i és perpendicular a  $\pi$ .
- L'equació del pla que passa per  $P$  i és perpendicular a la recta  $r$ .
- Unes equacions de la recta que passa per  $P$  i talla perpendicularment  $r$ .
- Unes equacions de la recta que passa per  $P$ , és paral·lela al pla  $\pi$  i tal que el seu vector director és perpendicular al de  $r$ .

[4 punts]

A continuació trobareu l'enunciat de quatre qüestions i dos problemes. Heu de respondre només tres de les quatre qüestions i resoldre només un dels dos problemes (podeu triar les qüestions i el problema que vulgueu).

## QÜESTIONS

1. El polinomi  $p(x) = x^2 + ax + b$  s'anul·la per a  $x = 2$  i compleix  $\int_0^2 p(x) dx = 4$ .  
Calculeu raonadament  $a$  i  $b$ . [2 punts]

2. Determineu els punts de la gràfica de  $f(x) = x^4 + 5x$  on la recta tangent és paral·lela a la bisectriu del primer quadrant. Calculeu l'equació d'aquestes rectes tangents. [2 punts]

3. Se sap que el sistema d'equacions

$$\left. \begin{array}{r} x + y - az = -2 \\ 2x + y - 8z = -1 \\ -x - 2y + 10z = 5 \end{array} \right\}$$

té més d'una solució.

Calculeu  $a$  i digueu quina és la interpretació geomètrica que té el conjunt de totes les solucions d'aquest sistema. [2 punts]

4. Els costats d'un triangle són de longituds 8 cm, 11 cm i 13 cm. Calculeu el valor del sinus de l'angle més petit. [2 punts]

## PROBLEMES

1. Considereu la funció  $f(x) = \frac{x^2}{x + a}$ , on  $a$  és un paràmetre.
- Calculeu  $a$  sabent que la recta  $y = x + 2$  és una asímptota obliqua d'aquesta funció.
  - Prenent el valor de  $a$  obtingut en l'altre apartat, calculeu el domini, les interseccions de la gràfica amb els eixos, els intervals de creixement i decreixement i els extrems relatius de la funció  $f$ . Feu una gràfica aproximada d'aquesta funció a partir de les dades que heu obtingut.

[4 punts]

2. Un quadrat de l'espai té tres dels seus vèrtexs consecutius situats en els punts de coordenades enteres  $P = (3, -2, 4)$ ,  $Q = (a, -1, a + 1)$  i  $R = (2, -3, 0)$ .
- Tenint en compte que els vectors  $\vec{QP}$  i  $\vec{QR}$  han de ser perpendiculars, calculeu el valor del nombre enter  $a$ .
  - Calculeu l'equació del pla que conté aquest quadrat.
  - Calculeu el quart vèrtex d'aquest quadrat.
  - Calculeu l'àrea d'aquest quadrat.

[4 punts]