



## Proves d'accés a la universitat

# Matemàtiques aplicades a les ciències socials

## Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no s'autoritzarà l'ús de calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

- D'una funció  $y = f(x)$  sabem que la seva derivada és  $f'(x) = x^3 - 4x$ .
  - Determineu els intervals de creixement i de decreixement de la funció  $y = f(x)$ .  
[1 punt]
  - Determineu les abscisses dels seus extrems relatius i classifiqueu-los.  
[1 punt]
- Des d'una barca es dispara una bengala de salvament marítim que s'apaga al cap de 4 minuts. En aquest interval de temps, es comprova que la intensitat lumínica de la bengala en funció del temps, mesurada en percentatges del 0 % al 100 %, queda perfectament descrita per l'expressió  $L(t) = 25 \cdot t \cdot (4 - t)$ , en què el temps  $t$  varia entre 0 i 4 minuts.
  - Calculeu per a quin valor de  $t$  el percentatge d'intensitat lumínica serà màxim.  
[1 punt]
  - Si des de la costa la bengala només és visible quan la seva intensitat lumínica és superior al 75 %, quin és l'interval de temps en què serà visible des de la costa i, per tant, serà més factible el salvament?  
[1 punt]
- Considerem les matrius  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 5 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  i  $C = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ m & n \end{pmatrix}$ , en què  $m$  i  $n$  són dos nombres reals.
  - Comproveu que es compleix la igualtat  $(A - B) \cdot (A + B) = A^2 - B^2$ .  
[1 punt]
  - Determineu  $m$  i  $n$  de manera que les matrius  $B$  i  $C$  commutin, és a dir,  $B \cdot C = C \cdot B$ .  
[1 punt]

4. Tenim unes quantes monedes d'un euro distribuïdes en tres piles. Passem dotze monedes de la tercera pila a la segona i, a continuació, en passem deu de la segona pila a la primera. Un cop fet això, les tres piles tenen la mateixa quantitat de monedes.
- a) Amb aquestes dades, podem determinar la quantitat de monedes que hi havia inicialment en cada pila? Raoneu la resposta.  
[1 punt]
- b) Esbrineu la quantitat de monedes que hi havia inicialment a cada pila si sabem que en total hi ha 51 monedes.  
[1 punt]
5. Una companyia aèria vol organitzar per a aquest estiu un pont aeri entre l'aeroport de Barcelona - el Prat i el de Palma de Mallorca, amb places suficients de passatge i càrrega per a transportar com a mínim 1.600 persones i 96 tones d'equipatge i mercaderies. Per a fer-ho, té a la seva disposició 11 avions del tipus A, que poden transportar 200 persones i 6 tones d'equipatge i mercaderies cadascun, i 8 avions del tipus B, que poden transportar 100 persones i 15 tones cadascun. Si la contractació d'un avió del tipus A costa 4.000 euros i la d'un avió del tipus B en costa 1.000:
- a) Determineu la funció objectiu i les restriccions, i dibuixeu la regió de les possibles opcions que té la companyia.  
[1 punt]
- b) Calculeu el nombre d'avions de cada tipus que cal contractar perquè el cost sigui el mínim i determineu quin és aquest cost mínim.  
[1 punt]
6. Considereu la funció  $f(x) = -x^2 + bx + c$ , amb  $b$  i  $c$  nombres reals.
- a) Trobeu  $b$  i  $c$  de manera que la gràfica de la funció passi pel punt  $(-1, 0)$  i tingui un extrem local en el punt d'abscissa  $x = 3$ . Raoneu de quin tipus d'extrem relatiu es tracta.  
[1 punt]
- b) Per al cas  $b = 3$  i  $c = 2$ , trobeu l'equació de la recta tangent a la gràfica que és paral·lela a la recta  $y = 5x - 2$ .  
[1 punt]



Institut  
d'Estudis  
Catalans