SÈRIE 2

1.

a.

$N(1) = -1 + 9 = 8$. Al cap d'una setmana la població serà de 800 mosques.

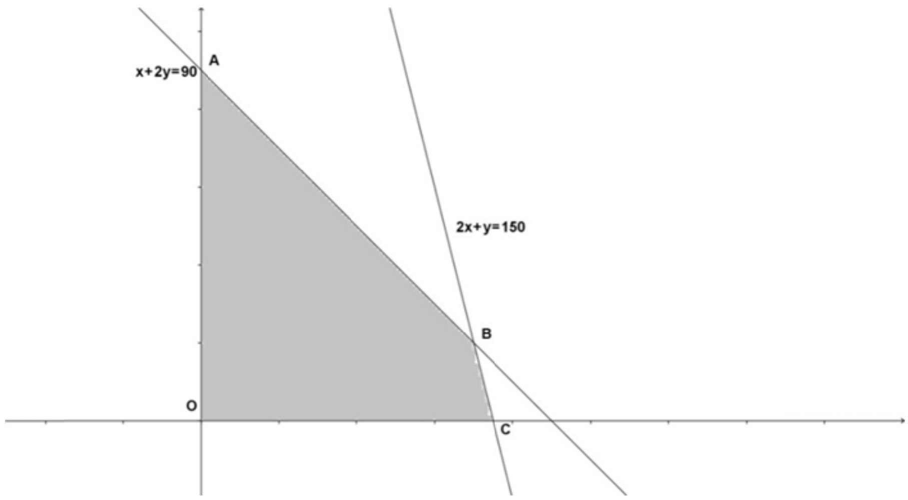
$N(t) = 0 \rightarrow -(t-2)^2 + 9 = 0 \rightarrow t = -1, t = 5$. Com que la solució t = -1 no té sentit, les mosques desapareixeran passades 5 setmanes.

b.

$N'(t) = -2(t-2) = 0 \rightarrow t = 2$. Ja que N'(t) és positiva per a t < 2 i negativa per a t >2, aleshores t = 2 correspon a un màxim. A més, $N(2) = 9$. Per tant la població màxima és de 900 mosques, passades dues setmanes.

2.

a. Si fabriquem x bidons de B_1 i y bidons de B_2 tindrem:



Les inequacions que defineixen la regió factible són:

$$\left.\begin{array}{rcl} x + 2y & \leq & 90 \\ 2x + y & \leq & 150 \\ x, y & \geq & 0 \end{array}\right\}.$$

Els vèrtexs de la regió factible són: A (0,45), B (70,10), C (75,0), D (0,0).

b. La funció objectiu és $z = 10x + 15y$. Els beneficis corresponents a cada vèrtex són: $z(A) = 675$, $z(B) = 850$, $z(C) = 750$, $z(D) = 0$. Els màxims guanys seran de 850 €, i s'obtindran fabricant 70 bidons de B_1 i 10 bidons de B_2.

3.

a. Per qualsevol de les maneres obtenim les equacions següents de les tres rectes:

i. Recta AB: $y = \frac{1}{3}x - \frac{5}{3}$.

ii. Recta BC: $y = -\frac{4}{3}x + \frac{20}{3}$.

iii. Recta AC: x = 2

b. Com que les tres rectes formen un triangle, no hi ha cap valor comú a les tres: el sistema és incompatible. En conseqüència, el rang de la matriu associada és 2 i el rang de la matriu ampliada és 3.

4.

Anomenarem x al primer nombre i y al segon. Aleshores l'enunciat es tradueix com:

$$\left.\begin{array}{rcl} x + y & = & 25 \\ S & = & 2x^2 + 3y^2 \end{array}\right\}.$$

D'aquí obtenim $S(x) = 2x^2 + 3(25 - x)^2 = 5x^2 - 150x + 1875$. La funció derivada és $S'(x) = 10x - 150 = 10(x - 15)$, que s'anul·la quan x = 15. Abans de x = 15 S' és negativa, i després és positiva. Per tant, x = 15, y = 10 correspon a un mínim.

5.

a. Si A·B ha de ser una matriu quadrada d'ordre 2, aleshores la matriu B ha de tenir tres files. Per tant,

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -3 & 1 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

D'aquí obtenim a = 19, b = 19, c = 6, d = 7. La matriu serà $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 19 & 19 \\ 6 & 7 \end{pmatrix}$.

b. $(A \cdot B)^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

6.

a. $f'(x) = 3ax^2 + 6x - b$. El pendent de la recta donada és 6. Les dues condicions de l'enunciat ens porten, per tant, a:

$$\left.\begin{aligned} a - b &= -\frac{8}{3} \\ b &= 3a \end{aligned}\right\},$$

que té com a solució $a = \frac{4}{3}, b = 4$.

<u>Criteris de correcció</u>: 0,5 punts per al plantejament correcta de cadascuna de les dues condicions. 0,5 punts per a la determinació dels paràmetres.

b. En aquest cas tindrem $f'(x) = 3x^2 + 6x - 9$. Els valors que fan zero aquesta derivada són x = -3 i x = 1. Per tant, $f'(x) = 3(x+3)(x-1)$. D'aquí es dedueix que x = -3 correspon a un màxim relatiu i x = 1 correspon a un mínim relatiu.

<u>Criteris de correcció</u>: 0,25 punts per la substitució a f'. 0,25 punts per a la determinació dels zeros de f'. 0,25 punts per a la classificació de cadascun d'ells.