



Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 1

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

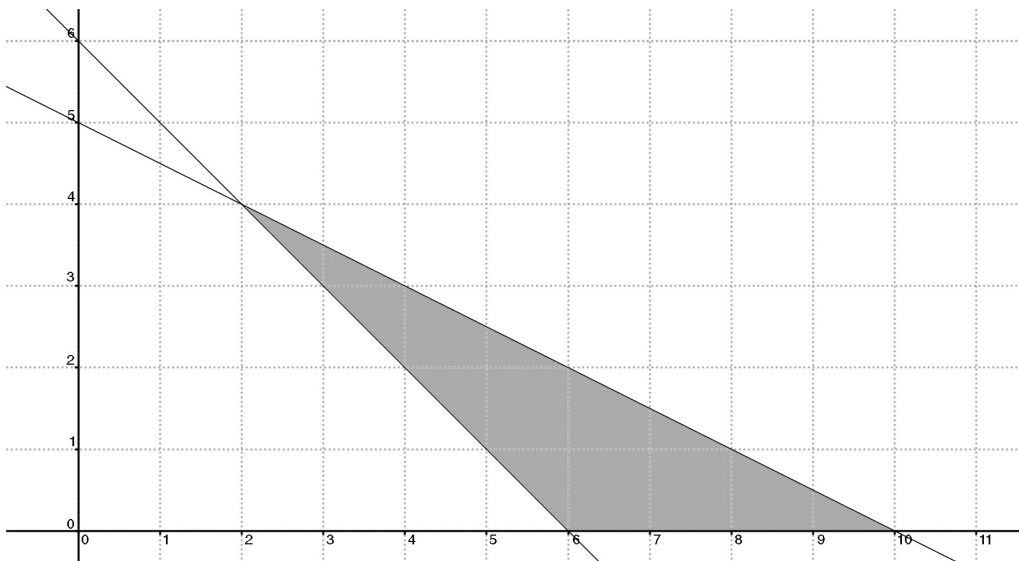
Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Una empresa compra tres immobles per un valor total de 2 milions d'euros. En vendre'ls, espera obtenir uns guanys del 20 %, del 50 % i del 25 %, respectivament, que li reportaran uns beneficis totals de 600 000 euros. En el moment de posar-los a la venda, però, aconseguix uns guanys del 80 %, del 90 % i del 85 %, respectivament, cosa que li reporta uns beneficis totals d'1,7 milions d'euros. Quant havia pagat per cada immoble?

[2 punts]

2. Considereu la regió ombrejada de la figura següent:



- a) Determineu el sistema d'inequacions que la delimita.

[1 punt]

- b) Calculeu el valor màxim de la funció $z = x + 2y$ en aquesta regió, i indiqueu per a quins valors s'assoleix aquest màxim.

[1 punt]

3. Considereu la funció següent:

$$f(x) = \frac{2x^2}{ax + 1}$$

a) Determineu el valor de a que fa que la funció f tingui un extrem en el punt $x = 1$, i indiqueu si es tracta d'un màxim o d'un mínim.

[1 punt]

b) Per a $a = 3$, indiqueu les asímptotes horitzontals i verticals de la funció f .

[1 punt]

4. Considereu la matriu $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Una matriu B , la primera fila de la qual és $(1, 0)$, té dues columnes i compleix

que $A \cdot B = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$. Completeu-la.

[1 punt]

b) Feu els càlculs pertinents per a comprovar que $(A \cdot B)^t = B^t \cdot A^t$.

[1 punt]

5. Una empresa que fabrica bicicletes ven la totalitat de la producció. Anomenarem x el nombre de bicicletes que fabrica mensualment. Els costos mensuals de producció, en euros, segueixen la funció $C(x) = 180x + 12\,000$. La venda de les bicicletes li

reporta uns ingressos que segueixen la funció $I(x) = 500x - \frac{1}{2}x^2$. Els beneficis de

l'empresa són, lògicament, la diferència entre ingressos i costos.

a) En quin interval cal situar la producció per a no perdre diners?

[1 punt]

b) Quantes bicicletes ha de produir mensualment l'empresa per a obtenir el benefici màxim? En aquest cas, quant guanya per cada bicicleta?

[1 punt]

6. Considereu la funció $f(x) = x - e^{-3x}$.

a) Indiqueu-ne el domini, i demostreu que f és estrictament creixent en tot el domini.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 0$.

[1 punt]





Proves d'Accés a la Universitat. Curs 2010-2011

Matemàtiques aplicades a les ciències socials

Sèrie 4

Responeu a CINC de les sis qüestions següents. En les respostes, expliqueu sempre què és el que voleu fer i per què.

Cada qüestió val 2 punts.

Podeu utilitzar calculadora, però no es poden fer servir calculadores o altres aparells que portin informació emmagatzemada o que puguin transmetre o rebre informació.

1. Considereu la funció $f(x) = x - \ln(x)$.
 - a) Indiqueu-ne el domini. Determineu l'asíptota vertical de la funció f .
[1 punt]
 - b) Determineu els intervals en què la funció f és creixent i els intervals en què és decreixent, i classifiqueu-ne els extrems possibles.
[1 punt]

2. Considereu la regió del pla limitada per les rectes $x=0$, $y=0$, $2x-3y=-6$, $x+3y=15$ i $x=6$.
 - a) Dibuixeu-la, calculeu-ne els vèrtexs i justifiqueu si els punts $P(1, 3)$ i $Q(3, 3)$ pertanyen o no a aquesta regió.
[1,5 punts]
 - b) Calculeu en quins punts d'aquesta regió la funció $f(x, y) = x + 4y$ assoleix el valor màxim i el valor mínim, i indiqueu aquests valors.
[0,5 punts]

3. Considereu les matrius $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.
 - a) Calculeu les matrius inverses de A i de B .
[1 punt]
 - b) Determineu una matriu X de manera que $A \cdot X \cdot B = C$.
[1 punt]

4. Considereu la funció $f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4, & x < 0 \\ \frac{1}{x-3}, & x \geq 0 \end{cases}$.

a) Feu-ne una representació gràfica aproximada. Justifiqueu per a quins valors de x la funció és discontinua.

[1 punt]

b) Calculeu l'equació de la recta tangent a la gràfica de f en el punt d'abscissa $x = 4$.

[1 punt]

5. Considereu el sistema $\begin{cases} x - y + z = 3 \\ 2x + y - 2z = 1 \\ -x + 4y - 5z = -8 \end{cases}$.

a) Comproveu que té infinites solucions. Determineu-les.

[1,5 punts]

b) Determineu, si és possible, una solució en què la suma de les tres incògnites sigui 5.

[0,5 punts]

6. Un bosc té una massa forestal de $40\,000\text{ m}^3$ de fusta. Es calcula que la pluja àcida i els incendis provoquen una disminució del 6% anual de l'esmentada massa forestal, que es pot expressar en termes de la funció $F(t) = 40\,000 \cdot 0,94^t$, en què $F(t)$ és la massa forestal que queda passats t anys.

a) Justifiqueu que la funció F és estrictament decreixent.

[1 punt]

b) D'aquí a quants anys la massa forestal s'haurà reduït a la meitat?

[1 punt]

