SÈRIE 3

- Avalueu cada pregunta en punts i mitjos punts, però no en altres decimals. Ara bé, dins de cada pregunta podeu utilitzar qualsevol decimal i després arrodonir la suma total.
- Aquestes pautes no preveuen tots els casos que en la pràctica es poden presentar. Tampoc no pretenen donar totes les possibles solucions a un problema ni tan sols la millor.
- Hi haurà molts casos concrets en què serà difícil aplicar els criteris que s'exposen a continuació. Apliqueu-los en els casos clars. En els casos dubtosos, feu prevaler el vostre criteri i sentit comú.
- Valoreu totes les parts de cada subapartat que siguin correctes, encara que el resultat final no ho sigui.
- Penalitzeu els errors simples de càlcul amb 0, 0,25 o 0,5 punts segons la importància de l'error i el vostre criteri. Els errors de càlcul que portin a resultats incoherents o absurds, penalitzeu-los amb 0,75 o 1 punt. Si l'error és molt escandalós, podeu puntuar tot l'apartat amb 0 punts.
- Copieu la nota de la pregunta *i* en la casella *i,* a fi de poder fer estadístiques sobre cada qüestió.

QÜESTIONS

1. Un magatzem de rodes de vehicles de diferents tipus, té un estoc de components (en centenars d'unitats) donat per la taula següent:

	Cobertes	Tapacubs	Llantes
Utilitaris	3,1	0,3	2,1
Berlines	1,6	1,1	0,6
Tot terrenys	0,9	0	0,2

La quantitat de quilos de matèria primera necessària per cada component és:

	Acer	Cautxú
Cobertes	0,1	4,6
Tapacubs	1	0,05
Llantes	5	0

a) Calculeu el total d'acer acumulat en el magatzem.
b) Calculeu el total de cautxú acumulat en el magatzem.

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: Considerem la matriu $A=\begin{pmatrix} 310 & 30 & 210 \\ 160 & 110 & 60 \\ 90 & 0 & 20 \end{pmatrix}$. Les quantitats de cobertes, tapacubs i llantes totals són: $(1,1,1)\cdot A=(560,140,290)$.

a) Per obtenir el total d'acer acumulat, només cal fer el producte

$$\boxed{\text{acer}=(560,140,290)\cdot\begin{pmatrix} 0.1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}=1646 \text{ kg}}$$

b) El total de cautxú acumulat serà:

$$\boxed{\text{cautxu}=(560,140,290)\cdot\begin{pmatrix} 4.61 \\ 0.05 \\ 0 \end{pmatrix}=2583 \text{ kg}}$$

2. Siguin les matrius $A=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$ i $C=\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Trobeu la matriu $X=A\cdot(B-C)$.

Puntuació: Total 2 punts.

Solució: $X=A\cdot(B-C)=\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

3. La corba d'equació $y=3x^2-1$ i la recta $y=4x+b$ són tangents.

a) Determineu el punt de tangència.
b) Determineu b.

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: a) La recta té pendent 4, i per tant la funció derivada $y'=6x$ ha de valer 4 en el punt de tangència. Resulta doncs $\boxed{x=\frac{2}{3}}$. El valor de la y el podem determinar substituint a la corba: $y=3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^2-1=\frac{1}{3}$. Per tant el punt és $\boxed{P=\left(\frac{2}{3},\frac{1}{3}\right)}$.

b) Per determinar b només cal fer que la recta tangent passi per P. Per tant $4 \cdot \frac{2}{3} + b = \frac{1}{3}$, i

finalment $\boxed{b = -\frac{7}{3}}$.

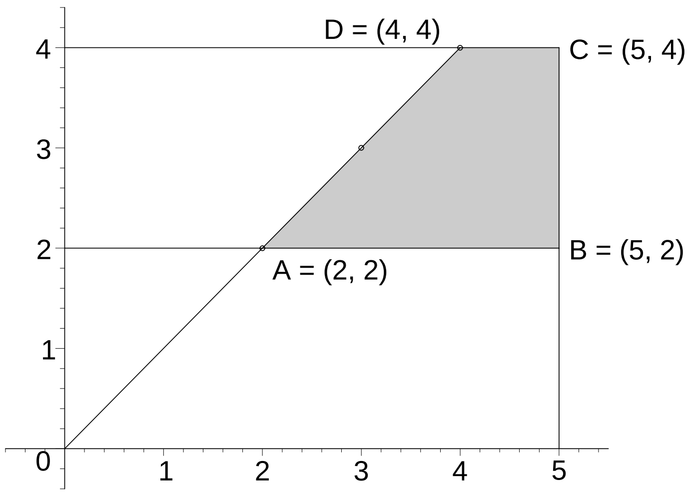
4. a) Resoleu gràficament el sistema d'inequacions

$$\begin{cases} x \le 5, \\ 2 \le y \le 4, \\ y - x \le 0. \end{cases}$$

b) Trobeu tots els punts (x, y) que siguin solucions enteres del sistema i que compleixin $x = y$.

Puntuació: Apartat a) 1 punt; apartat b) 1 punt. Total 2 punts.

Solució: a) La regió solució del sistema és:



b) Si han de complir $x = y$, han d'estar en el segment AD. Donat que el sistema admet els punts de la frontera, els punts demanats són $\boxed{(2,2),\ (3,3)\ \text{i}\ (4,4).}$

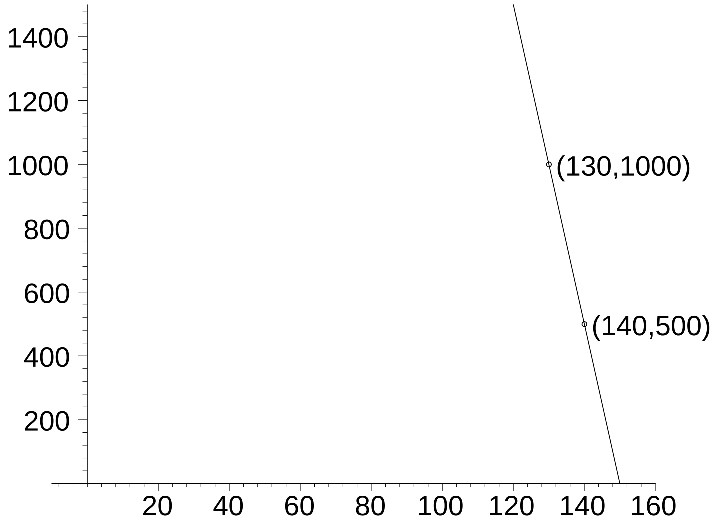
PROBLEMES

5. Si una joguina es ven a 130 € la compren 1000 persones. Per cada euro que augmenta (o disminueix) aquest preu, disminueix (o augmenta), respectivament, el nombre de compradors en 50.

a) Feu un gràfic del nombre de joguines que es venen en funció del preu de venda i doneu la fórmula que ho expressa.
b) El preu de cost d'una joguina és de 80 €. Calculeu el preu p que dona un benefici total màxim.
c) Trobeu el nombre de joguines que es venen si el preu és p i calculeu el benefici màxim.

Puntuació: Apartat a) 2 punts; apartat b) 1 punt; apartat c) 1 punt. Total: 4 punts.

Solució: a) Gràfica del nombre de joguines que es venen en funció del preu:



L'equació de la gràfica serà: $\boxed{v(p) = 1000 - 50(p - 130) = -50p + 7500}$.

b) El benefici total serà el nombre de joguines venudes $v(p)$ multiplicat pel benefici en cada una que és $p - 80$. Per tant la funció benefici total en termes del preu de venda serà:
$B(p) = v(p) \cdot (p - 80) = (7500 - 50p)(p - 80) = -50p^2 + 11500p - 600000$.

La gràfica d'aquesta funció és una paràbola amb un màxim en el seu vèrtex que correspon a $\boxed{p = \frac{11500}{100} = 115 \text{ €}}$.

c) El nombre de joguines venudes serà $\boxed{v(115) = -50 \cdot 115 + 7500 = 1750}$, i el benefici màxim $\boxed{B(115) = (7500 - 50 \cdot 115)(115 - 80) = 1750 \cdot 35 = 61250 \text{ €}}$.

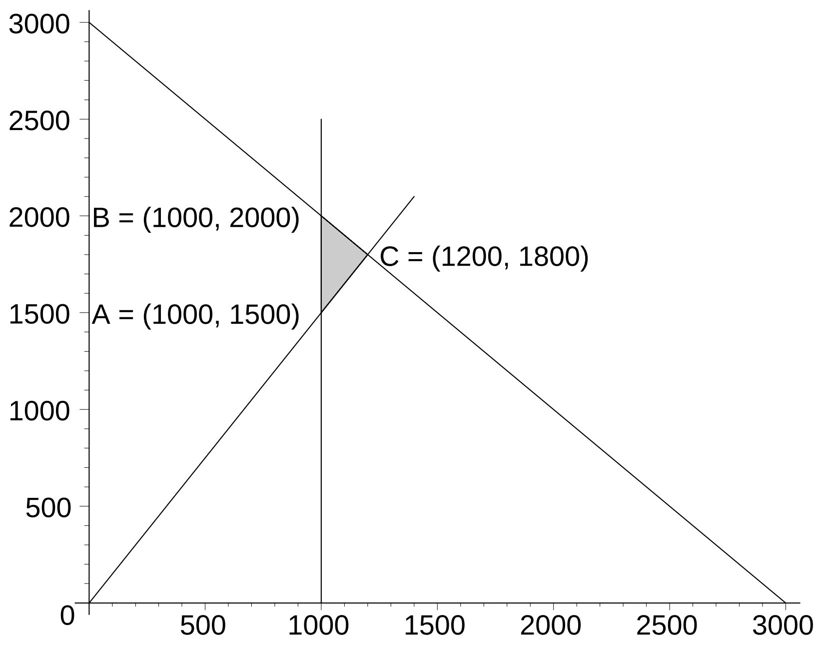
6. Una empresa de telefonia mòbil fabrica dos models de telèfon: A i B. El nombre total de telèfons fabricats mensualment no supera els 3000. Sabem també que dels telèfons A sempre se'n fan almenys 1000 unitats i que la meitat dels telèfons A no supera la tercera part de telèfons B. Si els telèfons A generen un benefici de 40 € per unitat i els B un benefici de 20 € per unitat, trobeu la quantitat de cada classe que s'han de fabricar per obtenir un benefici màxim i aquest benefici màxim.

Puntuació: Sistema i gràfic 1 punt; determinació dels vèrtexs del contorn 1 punt; determinació del nombre de telèfons de cada classe i el benefici màxim 2 punts. Total 4 punts.

Solució: Anomenant x al nombre d'unitats de tipus A que es fabriquen i y al de les de tipus B, les condicions s'expressen pel sistema d'inequacions següent:

$$\begin{cases} x+y \leq 3000 \\ x \geq 1000 \\ \frac{1}{2}x \leq \frac{1}{3}y \end{cases}$$

Per tant, la regió factible ve determinada pel gràfic següent:



Fem la taula de valors per determinar el nombre de telèfons de cada classe que s'han de fabricar per obtenir el benefici màxim i el benefici màxim:

	$A=(1000,1500)$	$B=(1000,2000)$	$C=(1200,1800)$
$B(x,y)=40x+20y$	70000	80000	84000

Per tant, el nombre de telèfons a fabricar és de $\boxed{\text{1200 de tipus A i 1800 de tipus B}}$ i el benefici màxim obtingut és de $\boxed{84000\text{ €}}$.